

**Дослідження множинної контактної взаємодії елементів розділових штампів**

**М. М. Ткачук, А. В. Грабовський, М. А. Ткачук, І. П. Гречка, О. А. Іщенко, Н. А. Дьоміна**

*При обґрунтуванні проектних параметрів необхідно здійснювати аналіз напружено-деформованого стану окремих елементів технологічних систем, які є множинами деталей, що знаходяться в умовах контактної взаємодії. Ці задачі є нелінійними, і для них не діє принцип суперпозиції. З цією причиною різко зростає обсяг обчислень. Для подання відзначеного недоліку розроблені методи та моделі задля оперативного і точного дослідження напружено-деформованого стану складних об'єктів з урахуванням контактної взаємодії. Особливістю постановки задачі є те, що для контактних задач за певних умов розв'язок лінійно залежить від навантаження. Установлені закономірності розподілу контактного тиску. Він зосереджений на областях постійної форми та розмірів. Змінюється тільки масштаб розподілу контактного тиску. Це дає можливість суттєво прискорити проектні дослідження штампового оснащення при збереженні точності чисельного моделювання напружено-деформованого стану.*

*Розроблений підхід передбачає поєднання переваг чисельних та аналітичних моделей та методів аналізу напружено-деформованого стану елементів розділових штампів із урахуванням контактної взаємодії. Це стосується можливості розв'язання задач для системи контактуючих тіл складної форми, що недоступне із застосуванням аналітичних моделей. З іншого боку, обґрунтована можливість масштабування розв'язків цих задач за зусиллям штампування, що у загальному випадку для нелінійних контактних задач не виконується. Отже, достатньо розв'язати задачу визначення напружено-деформованого стану елементів такого розділового штампу. За іншого значення сили штампування застосовується правило пропорційності. Таким чином, різко зростає оперативність досліджень та забезпечується висока точність одержуваних результатів*

*Ключові слова: контактна взаємодія, розділовий штамп, напружено-деформований стан, контактний тиск*

**1. Вступ**

Елементи технологічних систем (обладнання, оснащення, інструмент) здійснюють вирішальний вплив на якість виготовлення деталей машинобудівних конструкцій та продуктивність їх виробництва. Дійсно, у технологічних системах (типу «верстат-пристосування-інструмент-деталь», «прес-штамп-інструмент-заготовка», «термопластавтомат-прес-форма-формотвірні деталі-робочий матеріал» тощо) відбувається процес контактної взаємодії усіх їхніх

компонентів. А вже у межах кожного окремого компонента відбувається контактна взаємодія окремих деталей, які його складають. Таким чином, на формування, точність та якість виконання технологічних операцій чинить визначальний вплив контактна взаємодія системи пружних деформівних тіл. Отже, потрібно визначити напружено-деформований стан (НДС) систем тіл, які знаходяться у множинній контактній взаємодії. Слід врахувати, що такий аналіз передбачає розв'язання нелінійних контактних задач. Відповідно, на етапі проектних досліджень необхідно розв'язувати велику кількість задач такого типу. У підсумку виникає два альтернативних шляхи: або залучити великий обсяг обчислювальних ресурсів, або використовувати спрощені моделі. У першому випадку втрачається оперативність досліджень. У другому – втрачається точність аналізу. Відповідно, склалося протиріччя між можливостями існуючих методів та моделей для аналізу контактної взаємодії елементів технологічних систем, з одного боку, та потребами науки і техніки, – з іншого.

Таким чином, сформована науково-прикладна проблема розробки методів та моделей для аналізу НДС елементів технологічних систем із урахуванням їх контактної взаємодії. Ці розробки мають поєднувати і точність моделювання НДС, і його оперативність. Ця проблема поставлена, вирішена та описана на прикладі розділових штампів (РШ) для холоднолистового штампування. Актуальність цієї проблеми визначається потребами у підвищенні оперативності аналізу міцності елементів РШ.

## **2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми**

Розв'язання задач аналізу НДС системи контактуючих тіл становить окремий науковий напрям у механіці. Базові методи та моделі із цього напрямку містяться у монографії [1]. Зокрема, значне розповсюдження набула модель Герца [1]. Ця модель дає можливість одержувати аналітичний розв'язок для контактних задач. Проте область застосування цієї моделі обмежений базовими гіпотезами. Мова йде про подання розподілу зазору між контактуючими тілами у вигляді квадратичної функції координат у дотичній площині. Наприклад, якщо звернути увагу на РШ для холоднолистового штампування (рис. 1) [2], то контакт між елементами РШ здійснюється в основному на плоских поверхнях. З іншого боку, останнім часом розроблені загальні формулювання, які цих недоліків позбавлені. Зокрема, це методи і моделі теорії варіаційних нерівностей, викладені, зокрема, у роботах [3, 4]. У цьому випадку розв'язання таких задач зводиться, як показано у роботі [5], до проблеми мінімізації енергетичних функціоналів на множинах, які задаються нерівностями. При цьому у моделях враховуються різні додаткові чинники, наведені у роботах [6–18]. Так, у роботах [6, 10, 16, 17] урахована контактна жорсткість, що зумовлена шорсткістю поверхні. У роботі [7] ураховано вплив тертя. У роботах [8, 12–15, 18] взято до уваги адгезію між поверхнями контактуючих тіл. У роботах [11, 17] здійснена спроба розширити область застосування методу граничних елементів на більш широку множину чинників. Разом із тим, у всіх цих роботах [6–18] не вдалося у єдиній моделі поєднати усі важливі чинники. Також не вдалося розробити загальний метод чисельного розв'язання, придатний для різних типів задач. Крім

того, можливе урахування мікромеханічної структури матеріалу, як показано у роботах [9–21]. Так, у роботах [9, 12–15] основна увага приділена моделям контакту з адгезією. Разом із цим, принципово нові методи дослідження у цих роботах не запропоновані. Натомість у роботах [10, 11, 16, 17, 21] запропоновані нові методи аналізу контактної взаємодії. Проте вони сформульовані для загальних випадків. У роботах [18–20] описані і нові підходи, і розвинені моделі для аналізу контактної взаємодії, однак не наведено аналізу особливостей розподілу контактних зусиль між окремими елементами, які взаємодіють. Також, можливе урахування різного типу з'єднань (зокрема, болтове або зварне), які розглянені у роботах [22–27]. Як правило, для чисельної реалізації функціоналів застосовується метод скінченних елементів (МСЕ), про що свідчать роботи [28, 29]. У практиці для цієї мети залучаються сучасні програмні комплекси типу ANSYS, Femap, Abaqus тощо. Крім того, розроблені альтернативні варіаційні постановки у рамках теорії варіаційних нерівностей. Це, наприклад, принцип Калькера та його модифікації, викладені у роботах [5, 17, 18, 30]. Проте у роботі [5] міститься тільки загальне формулювання варіаційного принципу Калькера для пружних тіл. У роботі [17] здійснено спробу розширити формулювання цього принципу на випадок, коли між контактуючими тілами розміщено нелінійний пружний шар, у роботі [18] – на випадок адгезійного контакту, а у роботі [30] – на випадок контакту тіл із коченням. Але у всіх цих роботах немає загального механізму урахування інших довільних повної множини значущих чинників у єдиному варіаційному принципі.

Для дискретизації багатьох із перелічених задач залучається метод граничних елементів.

Разом із тим, усі перелічені методи та моделі не розв'язують ефективно повністю усіх проблем, які виникають при дослідженні НДС елементів РШ. Зокрема, описані методи та моделі для випадку множинного контакту призводять до значних витрат обчислювальних ресурсів.

Таким чином, складається ситуація, коли потрібно у рамках традиційних підходів визначити компромісні шляхи для розв'язання комплексних задач.

Стан, який склався, яскраво видно, наприклад, при дослідженні НДС елементів штампового оснащення, як видно із аналізу робіт [31–33]. У моделях, які побудовані та описані у цих роботах, часто застосовуються спрощені умови контактування елементів штампів. З іншого боку, загальна і строга постановка потребує значних витрат обчислювальних ресурсів.

Таким чином, доцільно розробити альтернативні постановки, які мають поєднувати позитивні якості чисельних та аналітичних засобів моделювання НДС елементів штампового оснащення з урахуванням контактної взаємодії.

### **3. Мета і завдання дослідження**

Метою дослідження є розробка чисельно-аналітичного методу дослідження напружено-деформованого стану елементів штампів із урахуванням контактної взаємодії, який поєднує високу точність та оперативність.

Для досягнення мети вирішувались такі завдання:

- розробити математичну модель НДС елементів системи із урахуванням контактної взаємодії;
- визначити характер залежності контактного тиску між тілами з конгруентними поверхнями від притискного зусилля;
- дослідити НДС елементів РШ із урахуванням контактної взаємодії;
- здійснити аналіз одержаних результатів.

#### 4. Математична модель напружено-деформованого стану системи тіл із урахуванням контактної взаємодії

Для аналізу НДС системи тіл  $\Omega_i$ ,  $i=1, \dots, N_\Omega$ , необхідно задовольняти системи рівнянь теорії пружності [34]

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= 1/2 \left( \partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i \right); \sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}, \\ \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} &= 0; \bar{u} / S_u = \bar{u}^*; \bar{\sigma} / S_\sigma = \bar{\sigma}^*; i, j = 1, 2, 3. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Тут  $\bar{u} = \{u_1, u_2, u_3\}^T$  – вектор переміщень точок контактуючих тіл;  $\varepsilon$ ,  $\sigma$  – тензори деформації та напружень із компонентами  $\varepsilon_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}$ ;  $C_{ijkl}$  – компонента тензора пружних констант матеріалу;  $S_u$ ,  $S_\sigma$  – частини поверхонь, на яких задані кінематичні та силові граничні умови;  $\bar{u}^*$ ,  $\bar{\sigma}^*$  – задані переміщення та навантаження.

Крім класичних крайових умов у вигляді рівностей, для контактних задач формуються умови взаємодії у вигляді нерівностей

$$u_i^{(\alpha_p)} \cdot v_i^{(p)} + u_k^{(\alpha_q)} \cdot v_k^{(q)} \leq \delta_{pq}. \quad (2)$$

Тут  $v_s^{(r)}$  – компонента вектора нормалі до поверхні тіла з номером  $r$ ;  $p, q$  – номери контактуючих тіл  $\Omega_p, \Omega_q$ ;  $\delta_{pq}$  – розподіл зазору між тілами із номерами  $p, q$ .

Співвідношення (2) записуються на частинах поверхонь  $S_c$ .

Співвідношення (1), (2) задають локальну постановку задачі.

Альтернативною є варіаційна постановка на основі теорії варіаційних нерівностей [3, 4]. Згідно із нею, розв'язок задачі (1), (2) еквівалентний проблемі мінімізації функціоналу повної енергії  $I$  системи тіл на множині  $K$  розподілів  $u$ , які задовольняють умові (2):

$$u^\wedge : I(u^\wedge) \rightarrow \min, u^\wedge \in K. \quad (3)$$

Тут

$$I = \sum_{\alpha} I_{\alpha}, \quad i = 1, \dots, N_{\Omega},$$

де

$$I_{\alpha} = \frac{1}{2} \int_{(\Omega_{\alpha})} \sigma_{ij} \left( u^{(\alpha)} \right) \cdot \varepsilon_{ij} \left( u^{(\alpha)} \right) - \int_{(S_{\sigma}^{\alpha})} \sigma_i^{(*)} \cdot u_i ds. \quad (4)$$

Таким чином, здійснюється пошук мінімуму квадратичного функціоналу на множені  $K$ , яка задана обмеженнями (2).

У загальному випадку для довільного виду розподілу зазору  $\delta_{pq}$  задача (1)–(4) є нелінійною. Стосовно елементів штампового оснащення це призведе до того, що при зміні форми деталі, яка штампується, її товщини та габаритів змінюється навантаження  $P_S$ . Це зусилля штамповки обчислюється за формулою [2]:

$$P_S = k \cdot \sigma_{\tau} \cdot L \cdot t, \quad (5)$$

де  $k$  – коефіцієнт затуплення кромek матриць, пуансон-матриць та пуансонів,  $\sigma_{\tau}$  – напруження зрізування (характеристика матеріалу заготовки);  $L, t$  – периметр і товщина деталі, що штампується.

При зміні будь-якої величини у (5) змінюється і величина  $P_S$ . Відповідно, потрібно для кожного значення  $P_S$  окремо здійснювати розв'язання нелінійної задачі визначення НДС із урахуванням контактної взаємодії.

Разом із аналізу конструкцій штампів, зокрема, переналаджуваних (рис. 1) [2], видно, що найбільш розповсюдженим випадком є контакт деталей РШ на плоских поверхнях, що співпадають.

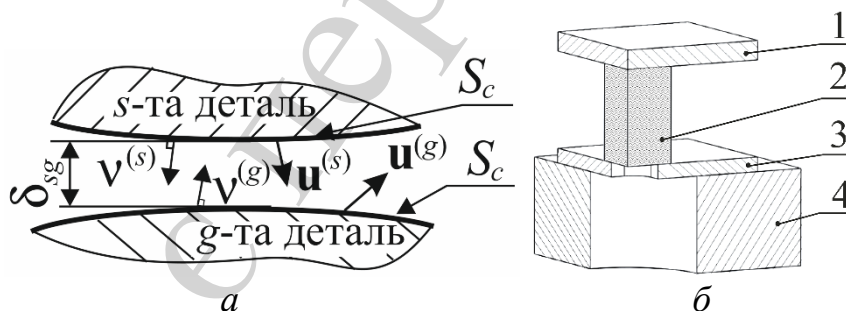


Рис. 1. Контактна взаємодія елементів розділових штампів [2, 28]: *а* – баланс переміщень у контакті деталей *g* та *s*; *б* – схема конструкції РШ: 1 – верхня плита; 2 – пакет; 3 – нижня плита; 4 – підштампова плита

Це відповідає нульовому розподілові зазору:

$$\delta_{pq} = 0. \quad (6)$$

У разі дискретизації за методом МСЕ

$$u = \bigcup_{\alpha} u^{\alpha} = \sum_k u_k \phi_k,$$

де  $u_k$  – вузлові параметри,  $\phi_k$  – базисні функції, функціонал (4) має вигляд:

$$I = \frac{1}{2} \sum_{i,j} C_{ij} u_i^0 u_j^0 - P_0 \sum_i \rho_i u_i^0 = a(u^0, u^0) - b(u_i^0). \quad (7)$$

Враховуючи контактування елементів штампового оснащення за узгодженими (конгруентними) поверхнями (площинами), умови непроникнення точок одного тіла в інше мають вигляд:

$$u_r - u_s = 0, \quad r, s \in J_c; \quad (8)$$

$$u_r - u_s > 0, \quad r, s \notin J_c, \quad (9)$$

де  $J_c$  – множина контактуючих пар вузлів;  $C_{ij}$  – компоненти матриці жорсткості елементів штампового оснащення;  $P_0, \rho_0$  – масив вузлових навантажень на цю модель;  $u_i^0$  – масив вузлових змінних, відповідних розв'язку задачі  $I(u_i^0) \rightarrow \min$  за умовами (8), (9). Подаючи  $u_i^{\tau}$  як розв'язок аналогічної задачі для  $P_s = \tau P_0$ , помічаємо, що

$$I(u_i^{\tau}) = \tau^2 a(u^0, u^0) - \tau b(u^0). \quad (10)$$

Тоді для функціоналу у напрямках  $u_k$ , які не містять обмежень (9), отримуємо умови його мінімуму

$$\partial I / \partial u_k = 0, \quad (11)$$

із яких слідує справедливість умови  $u_k^{\tau} = \tau u_k^0$ .

У перерізах, де справедливі обмеження (9), розв'язок  $u_e^{\tau} = \tau u_e^0$  внаслідок автоматичного виконання (9) при множенні на  $\tau$  всіх доданків, а також при виконанні умови проекції мінімуму  $I$  в напрямку  $u_r = u_s$  на обмеження, що збігаються з (9). Графічно це можна подати у вигляді, наведеному на рис. 2.

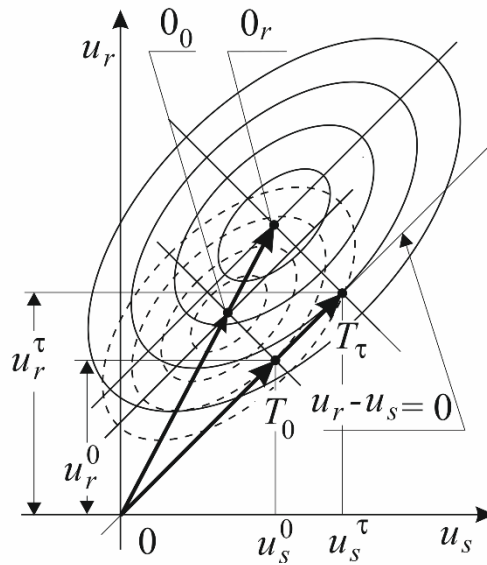


Рис. 2. Лінії рівня функції  $I$  в перерізі  $u_r - u_s$

На рис. 2 введені наступні позначення:  $O_0$  – точка безумовного мінімуму при  $P_S = P_0$ ;  $T_0$  – точка умовного мінімуму при  $P_S = P_0$ ;  $O_\tau$  – точка безумовного мінімуму при  $P_S = \tau P_0$ ;  $T_\tau$  – точка умовного мінімуму при  $P_S = \tau P_0$ .

Видно, що для випадків, коли відшукується і безумовний мінімум, і умовний, одержувані розв’язки пов’язані умовами пропорційності:

$$|O_\tau O| / |O_0 O| = \tau; \quad |T_\tau O| / |T_0 O| = \tau. \quad (12)$$

Крім того, пари точок  $(u_r^\tau, u_s^\tau)$  або належать прямій  $u_r - u_s = 0$ , або їй не належать, і їх статус не змінюється при зміні  $P_S$ .

## 5. Характер залежності контактного тиску між тілами з конгруентними поверхнями від притискного зусилля

Із одержаних співвідношень маємо два наслідки:

1) якщо є для випадку контакту з узгодженими поверхнями деякий розв’язок задачі про визначення НДС, то при іншому зусиллі штампування всі компоненти розв’язку збільшуються пропорційно  $P_S$ ;

2) зміни множини  $J_c$  при  $P_S = \text{var}$  не відбувається, тобто зона контактної взаємодії зберігається, а контактний тиск лінійно зростає.

З урахуванням (6) видається можливим сформулювати наступне твердження: для розв’язання множини поставлених задач за довільного зусилля штампування достатньо один раз розв’язати її за номінального значення. А надалі для довільного його значення розрахувати контактний тиск та компоненти НДС за лінійною залежністю. Це складає основу чисельно-аналітичного методу розв’язання подібного типу задач. При цьому слід зауважити, що він придатний для аналізу НДС довільних систем контактуючих тіл за умов (8), (9) на областях контакту.

## 6. Дослідження напружено-деформованого стану елементів штампового оснащення

Розглянемо розділовий штамп (рис. 1, 3). Від преса на нього діє сила штампування  $P_s$ . У спряженнях «підштампова плита преса– нижня базова плита штампа–змінний пакет–верхня базова плита штампа» між елементами штампа і напрямними колонками діють умови контактної взаємодії.

Розглянемо задачу у двох постановках. Постановка 1 – для більш простої системи «змінний пакет–нижня базова плита штампа–підштампова плита преса». Постановка 2 – для більш складної системи «верхня базова плита штампа–напрямні колонки–нижня базова плита штампа–підштампова плита преса».

1. *Аналіз НДС елементів системи «підштампова плита преса–нижня базова плита–пакет».* Змінний пакет діє на нижню базову плиту, яка обпирається на підштампову плиту преса. Варіюються: діаметр провального отвору у підштамповій плиті преса – параметр  $p_2$  (у діапазоні 160–360 мм); товщина нижньої базової плити штампа – параметр  $p_1$  (у діапазоні 15–90 мм). Зусилля штампування  $P_s$  (рис. 3) – 50 кН, габарити штампа – 240×240 мм, габарити пакету 100×100 мм. Матеріал основних деталей – сталь 40Х (модуль пружності  $E=2,1 \cdot 10^5$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu=0,3$ ). У силу симетрії тут і далі розглянуто 1/4 конструкції. На рис. 4–7 наведено характерні картини розподілу компонент НДС елементів штампа. Аналіз характеру розподілу контактної тиску і напружень свідчить, що ці величини концентруються в кутових областях та областях зміни геометричної форми. При цьому форма контактних зон не повторює форму початкового геометричного контакту, а розташовується у вигляді вузької смужки на периферії контакту.

2. *Аналіз НДС елементів системи «підштампова плита преса–нижня базова плита–пакет–направляючі колонки–верхня базова плита».* Описані вище результати досліджень задачі 1 є цінними з точки зору встановлення закономірностей зміни характеристик НДС елементів штампового оснащення при варіюванні окремих проектно-технологічних параметрів або їх множини. У той же час у створенні розрахункові моделі були об'єднані не всі основні елементи штампа. У зв'язку з цим потрібно провести дослідження НДС з використанням моделі більш високого (глибокого) рівня.

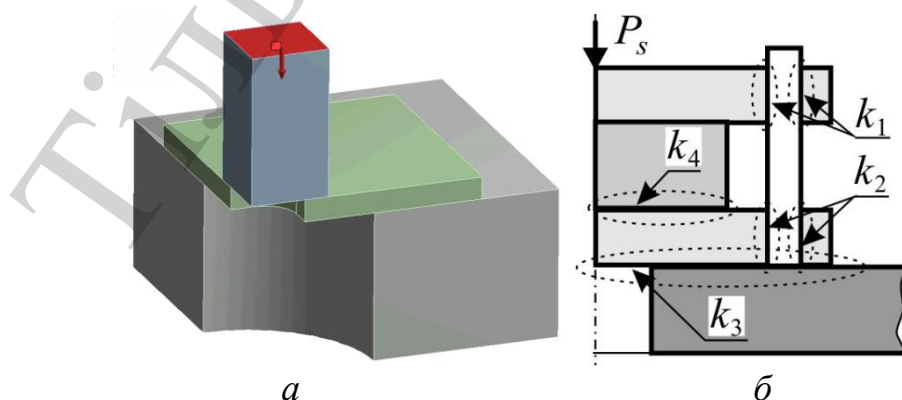


Рис. 3. Елементи досліджуваної технологічної системи: а – модель; б – відповідні характерні зони контактної взаємодії  $k_1$ – $k_4$



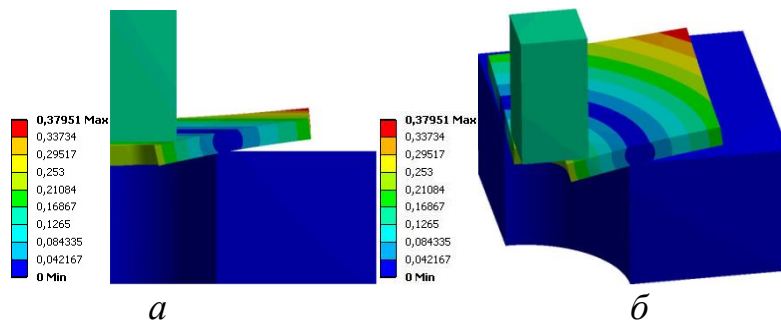


Рис. 4. Розподіл повних переміщень в елементах штампa, мм: *а* – вид збоку; *б* – ізометрія

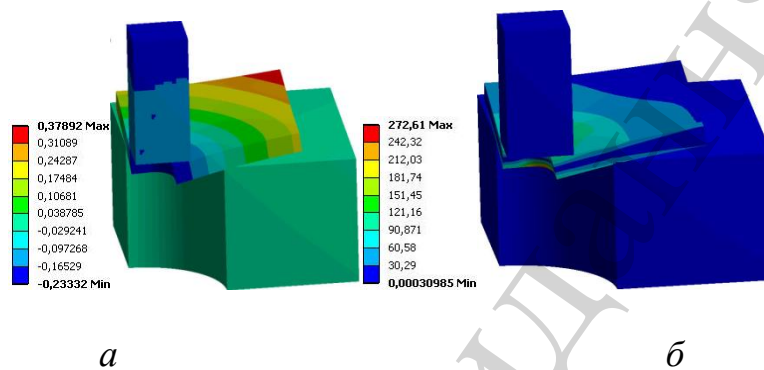


Рис. 5. Результати дослідження НДС елементів штампa: *а* – вертикальні переміщення, мм; *б* – еквівалентні напруження за Мізесом, МПа

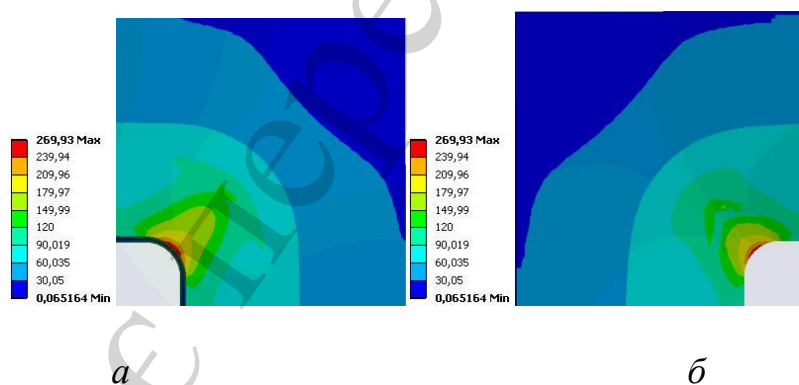


Рис. 6. Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом (МПа) у нижній базовій плиті у площині сполучення: *а* – зі змінним пакетом, *б* – з підштамповою плитою преса

Зокрема, з цією метою була побудована модель розділового штампa у вигляді системи «підштампова плита преса – нижня базова плита – пакет – напрямні колонки – верхня базова плита». Ця модель наведена на рис. 8, в силу симетрії розглянуто 1/4 конструкції, зусилля штампування – 10 кН–1 МН.

На рис. 9 наведено епюри розподілу контактного тиску у зонах  $k_3$ ,  $k_4$ . З поданих розподілів видно, що визначені закономірності, а саме щодо істотно нерівномірного розподілу контактного тиску у сполученнях елементів штампa-

го оснащення, повністю підтверджуються. Те ж можна сказати і про розподіл повних переміщень, еквівалентних напружень за Мізесом (рис. 10). З усієї системи можна виокремити картини НДС окремих елементів (рис. 11–15). Ці картини також дають підставу підтвердити прогнозовані особливості НДС, обґрунтовані на частинних моделях: про концентрацію напружень у зонах контактної взаємодії окремих елементів штампів та про значні рівні пружних переміщень.

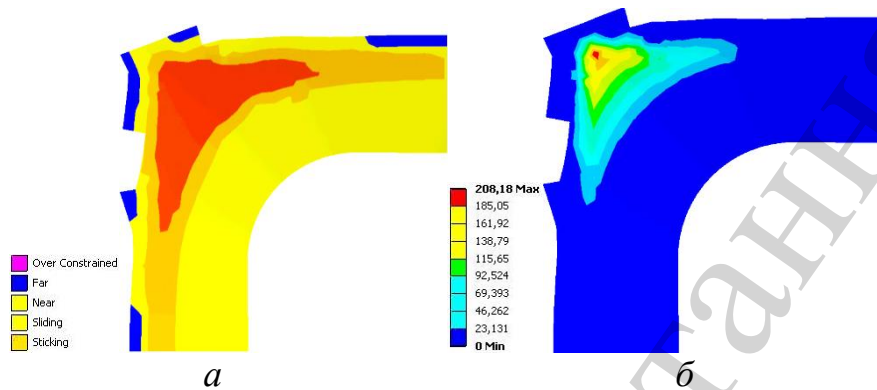


Рис. 7. Результати дослідження НДС елементів штампів у сполученні змінного пакету та базової плити: *а* – контактні зони; *б* – розподіл контактного тиску, МПа

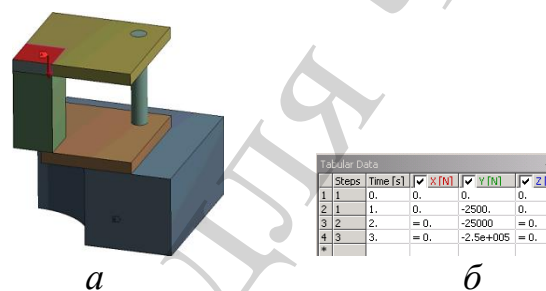


Рис. 8. Розділовий штамп: *а* – модель; *б* – історія навантаження: «time»=1 s –  $P_S = 10$  кН; «time»=2 s –  $P_S = 100$  кН; «time»=3 s –  $P_S = 1$  МН

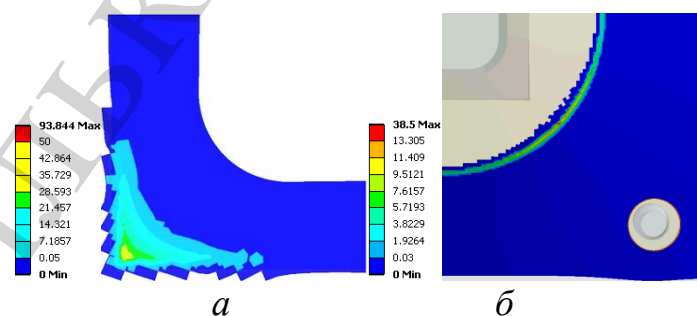


Рис. 9. Картини розподілу контактного тиску (МПа) у зонах: *а* –  $k_4$ ; *б* –  $k_3$  ( $P_S = 10$  кН)

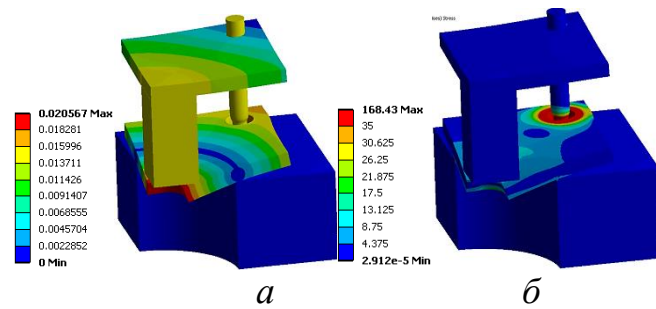


Рис. 10. Картини розподілу компонент НДС ( $P_S=10$  кН): *а* – повні переміщення, мм, *б* – еквівалентні напруження за Мізесом, МПа

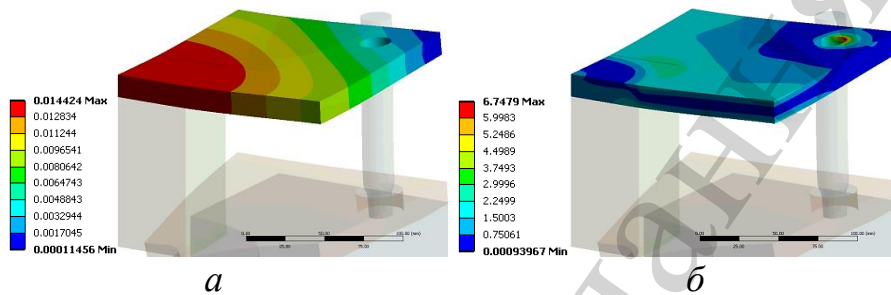


Рис. 11. Картини розподілу компонент НДС у верхній базовій плиті ( $P_S=10$  кН): *а* – повні переміщення, мм, *б* – еквівалентні напруження за Мізесом, МПа

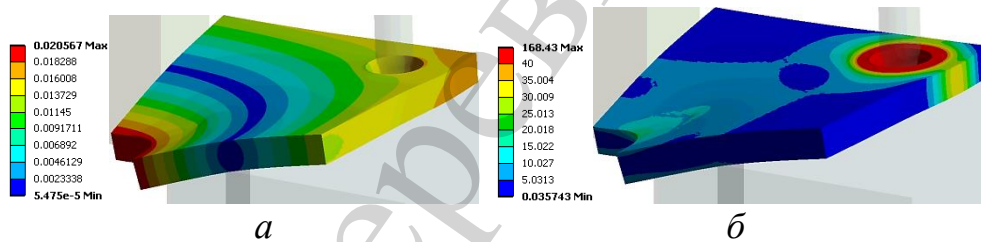


Рис. 12. Картини розподілу компонент НДС у нижній базовій плиті ( $P_S=10$  кН): *а* – повні переміщення, мм, *б* – еквівалентні напруження за Мізесом, МПа

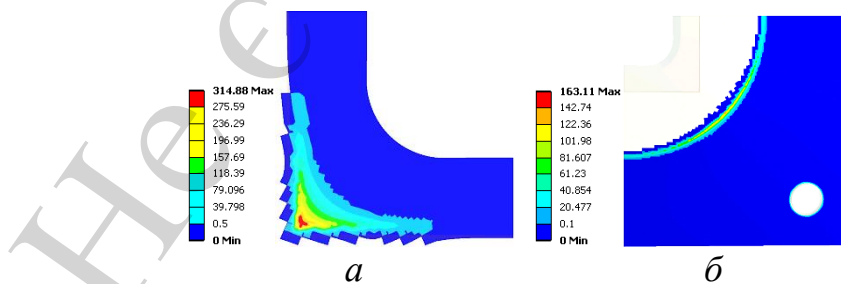


Рис. 13. Картини розподілу контактного тиску у зонах: *а* –  $k_4$ , *б* –  $k_3$  ( $P_S=100$  кН)

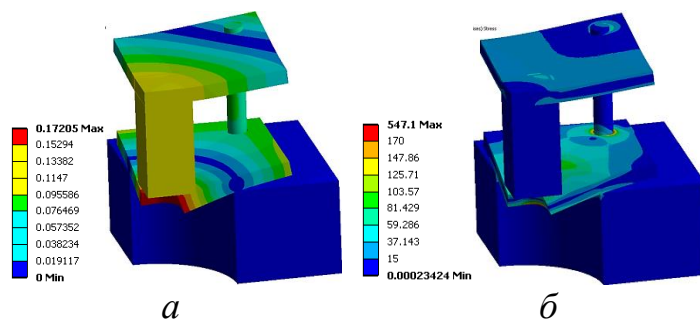


Рис. 14. Картини розподілу компонент НДС ( $P_S=100$  кН): *а* – повні переміщення, мм, *б* – еквівалентні напруження за Мізесом, МПа

Таким чином, можна зробити висновок, що якісну картину розподілу компонент НДС можна проаналізувати за результатами дослідження більш повної моделі штамп. У той же час кількісні залежності характеристик НДС від варіюваних параметрів можна визначати за результатами розрахунку із застосуванням частинних моделей, що є менш громіздкими. Тому ці залежності вимагають менше обчислювальних витрат на комп'ютерне моделювання. У результаті забезпечується збалансування точності отриманих результатів і складності створюваних моделей.

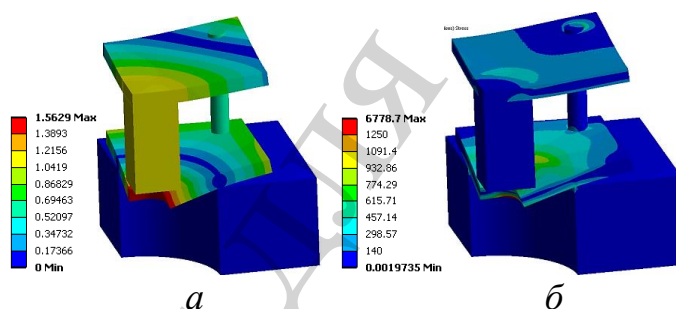


Рис. 15. Картини розподілу компонент НДС ( $P_S=1$  МН): *а* – повні переміщення, мм, *б* – еквівалентні напруження за Мізесом, МПа

Одержані результати дають основу для аналізу закономірностей розподілу контактного тиску елементів штампового оснащення, які зазначені у статтях [28, 35]. Це стосується механічних систем, у яких реалізується первинний контакт на так званих «узгоджених» (тобто конгруентних) поверхнях. Характерним є слабка залежність площі контактних зон від величини діючих зусиль. Крім того, контактний тиск є пропорційним діючим силам.

## 7. Обговорення результатів дослідження розподілу контактного тиску між елементами розділових штампів

Результати здійснених комплексних досліджень елементів розділових штампів служать основою для визначення особливостей розподілу контактного тиску між елементами досліджених штампів, а також компонент їх НДС. Мова йде, зокрема, про незалежність контактних зон та законів розподілу контактно-

го тиску, а також компонент НДС від зусиль штампування. Крім того, величини контактного тиску та компонент НДС прямо пропорційні величині зусилля штампування  $P_s$ .

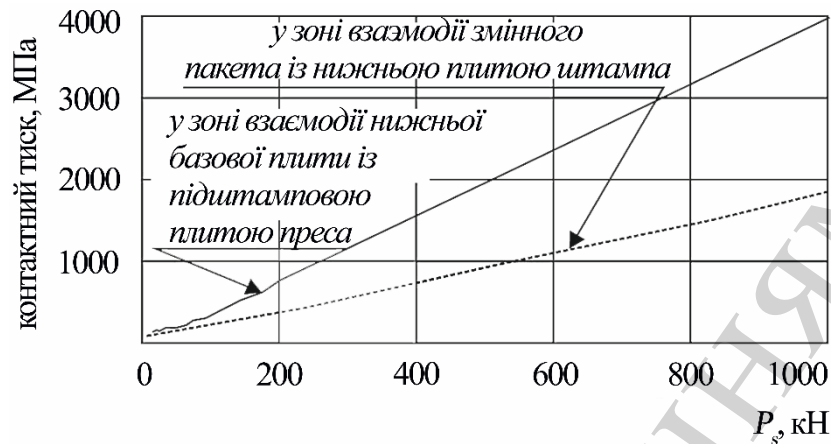
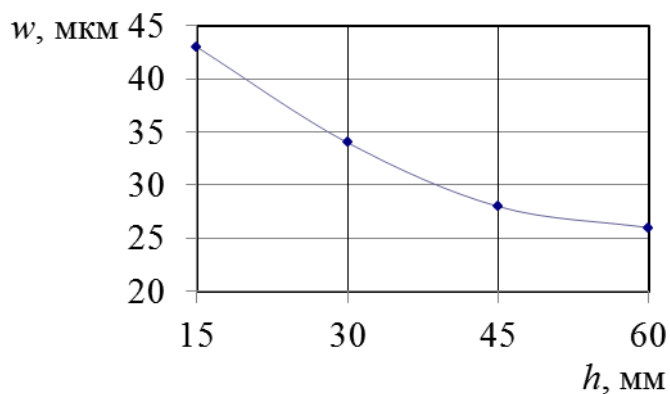


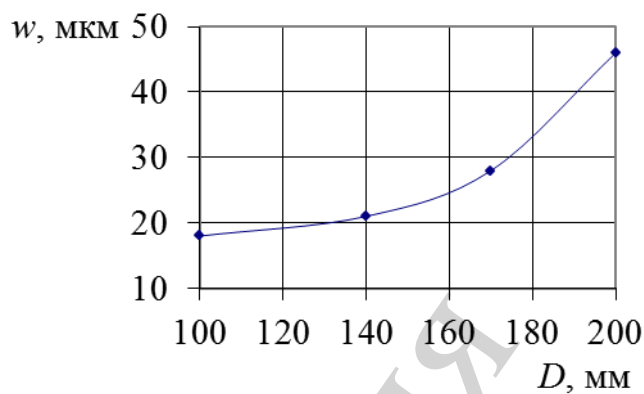
Рис. 16. Залежність максимального контактного тиску  $p_{\max}$  (МПа) від величини зусилля штампування  $P_s$  (кН) у сполученнях  $k_3$ ,  $k_4$  (рис. 3)

Разом із тим, ці та інші якісні особливості при розв'язанні конкретних прикладних задач потребують кількісної ілюстрації. На рис. 16–20 наведені такі інтегральні залежності, одержані шляхом оброблення наведених вище результатів. На рис. 16 наведено залежність рівня контактного тиску від сил  $P_s$ . Видно, що із задовільною для практики точністю (похибка становить до 5 %) зазначена властивість контактного тиску дотримується. Це дуже важлива обставина, оскільки НДС при будь-якому діючому зусиллі штампування можна отримати із результатів одиничного розрахунку при заданому  $P_s$  за лінійними залежностями. На рис. 17–19 – залежності прогинів, тиску та напружень від товщини нижньої плити та діаметра провального отвору. Видно, що проектно-технологічні чинники мають істотний вплив на жорсткісні та міцнісні характеристики елементів штампів.

Якщо брати до уваги абсолютні значення обмежень за прогинами базової плити і рівнем напружень, то її параметри слід обирати із умов конкретної задачі. Так, рівень прогинів 30 мм забезпечується за товщини плити  $h=45$  мм та діаметра провального отвору  $D=160$  мм. Рівень напружень до 100 МПа забезпечують  $h=45$  мм та  $D=175$  мм. Якщо ж виходити із чутливості жорсткісних та міцнісних характеристик елементів штампів до зміни варійованих параметрів, то рекомендовані діапазони: за прогинами –  $h \geq 45$  мм та  $D \leq 160$  мм, а за напруженнями –  $h \geq 45$  мм та  $D \leq 175$  мм. Спостерігається хоч і суттєва, проте достатньо плавна та лінеаризовувана залежність тиску від цих параметрів. Тиск збільшується зі зростанням діаметра провального отвору. При збільшенні товщини нижньої базової плити тиск зменшується.

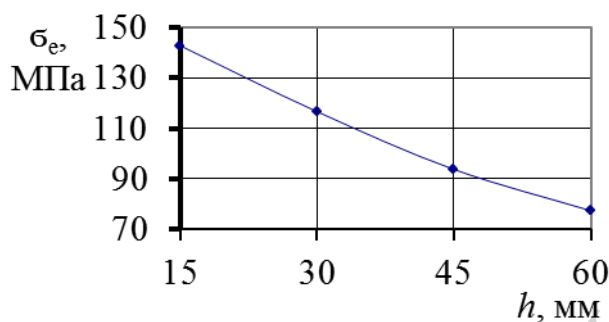


*a*

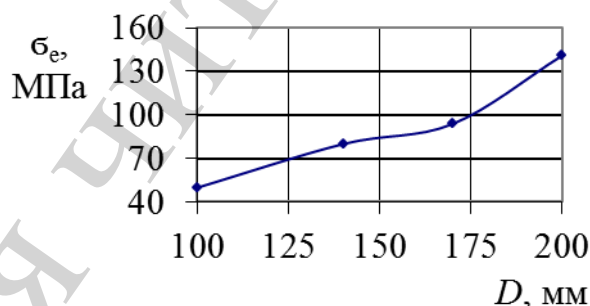


*б*

Рис. 17. Залежність максимальних прогинів у базовій плиті  $w$ , мм: *a* – при різних значеннях товщини нижньої базової плити  $h$  ( $D=170$  мм); *б* – при варіюванні діаметру провального отвору ( $h=45$  мм)

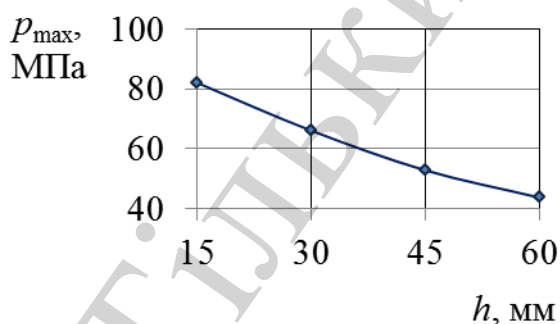


*a*

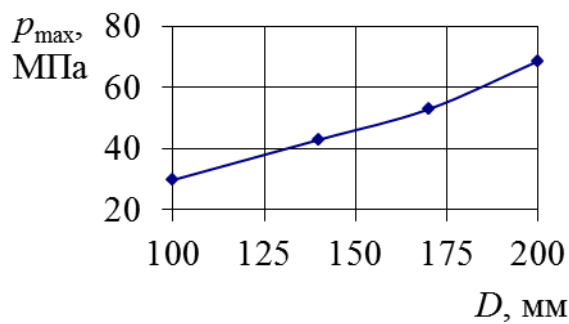


*б*

Рис. 18. Залежність максимальних еквівалентних (за Мізесом) напружень у базовій плиті  $\sigma_e$ , МПа: *a* – при різних значеннях товщини нижньої базової плити  $h$  ( $D=170$  мм); *б* – при варіюванні діаметру провального отвору ( $h=45$  мм)



*a*



*б*

Рис. 19. Залежність максимального контактної тиску у зонах контактної взаємодії елементів досліджуваної системи «базова плита-підштампова плита»  $p_{\text{max}}$ , МПа: *a* – при різних значеннях товщини нижньої базової плити  $h$  ( $D=170$  мм); *б* – при варіюванні діаметру провального отвору ( $h=45$  мм)



Залежності контрольованих міцнісних та жорсткісних характеристик елементів штампів від окремих параметрів можуть бути узагальнені на випадок залежностей від множини параметрів (рис. 20).

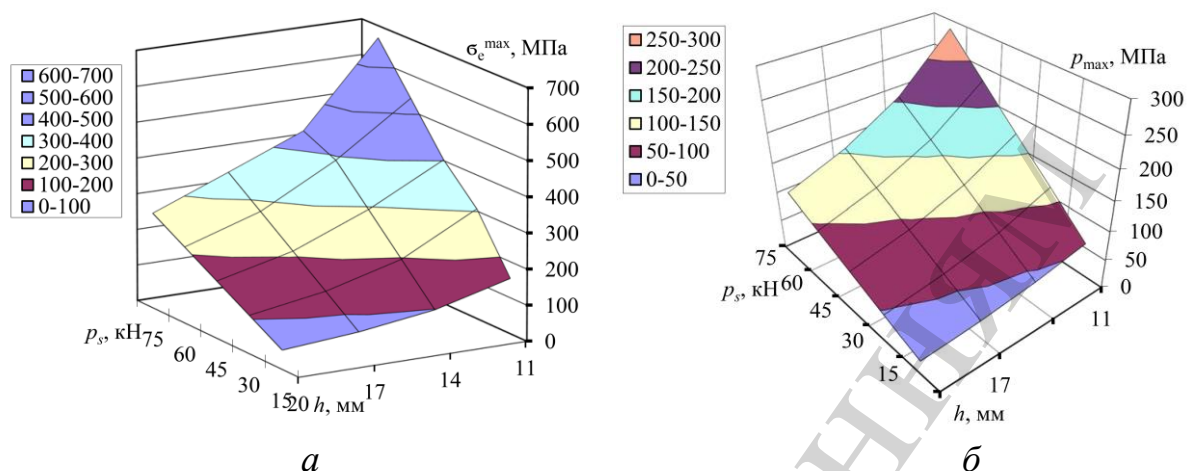


Рис. 20. Результати дослідження: *a* – максимальні еквівалентні напруження за Мізесом у базовій плиті  $\sigma_e$ , МПа; *б* – максимальний контактний тиск у зонах контактної взаємодії елементів досліджуваної системи «базова плита – підштампова плита»  $p_{max}$ , МПа

Ці залежності також дають можливості обґрунтовувати набір параметрів, які забезпечують ті чи інші міцнісні та жорсткісні характеристики штампів. Разом із цим це дає підстави зробити висновки про те, що таким чином стає можливим заповнити спеціалізовані бази даних, які для тих чи інших розділових штампів дають змогу на етапі проектних розробок оперативно і точно розв'язувати два типи задач. По-перше, це можливість визначати міцнісні та жорсткісні характеристики елементів штампів при заданому наборі проектно-технологічних параметрів. По-друге, це можливість обґрунтовувати такий набір проектно-технологічних параметрів, який забезпечує необхідний рівень міцності, стійкості, жорсткості та точності розділових штампів холоднолистової штамповки.

У результаті розроблено загальний підхід, методи, моделі та засоби проектних досліджень елементів штампового оснащення, які поєднують, на відміну від традиційних, оперативність і точність. Це зумовлене особливістю досліджуваних об'єктів, для яких справедлива лінійна залежність контактного тиску від навантажень на штампи. Проте слід зазначити, що встановлені закономірності справедливі тільки для систем контактуючих тіл із конгруентними поверхнями. Також важливо, що навантаження має тільки одну складову (у досліджуваному випадку – сила  $P_s$ ). Тому у подальших дослідженнях доцільно розглянути випадок багатокомпонентного навантаження.

## 8. Висновки

1. Розроблена комплексна математична модель НДС елементів штампового оснащення із урахуванням множинної контактної взаємодії. Модель базується

на теорії варіаційних нерівностей, а для дискретизації застосовується метод скінченних елементів. Це дає можливість, на відміну від традиційних підходів, урахувати в єдиній множині контактуючих елементів штампів не дві, а більшу кількість деталей, тобто суттєво підвищити точність та адекватність математичного моделювання НДС.

2. Для системи контактуючих за узгодженими поверхнями елементів розділових штампів встановлена справедливність лінійної залежності рівня контактних тисків від зусилля штампування та незмінність площадки контакту при їх варіюванні. Встановлені закономірності дають можливість, на відміну від традиційних підходів, здійснювати не одиничне розв'язання задач аналізу НДС, а групове – для цілої серії матеріалів, товщини та параметрів штампованих деталей.

3. На прикладі дослідження НДС елементів розділових штампів продемонстровано вплив урахування множинного контакту на НДС штампів. При цьому, зокрема, виявлено, що у разі множинного контакту елементів штампового оснащення за узгодженими (конгруентними) поверхнями, площадки контакту не залежать від зусиль штампування, а тиск залежно від зусиль штампування змінюються прямо пропорційно. Таким же чином змінюються і компоненти НДС елементів штампового оснащення.

### Литература

1. Johnson, K. L. (1985). *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 462. doi: <https://doi.org/10.1017/cbo9781139171731>
2. Заярненко, Е. И., Ткачук, Н. А., Ткачук, А. В. (1990). Расчеты на прочность вырубных матриц и пуансон-матриц для листовой штамповки. *Кузнечно-штамповочное производство*, 12, 18–21.
3. Martynyak, R. M., Slobodyan, B. S. (2009). Contact of elastic half spaces in the presence of an elliptic gap filled with liquid. *Materials Science*, 45 (1), 66–71. doi: <https://doi.org/10.1007/s11003-009-9156-9>
4. Hlavacek, I., Haslinger, J., Necas, J., Lovisek, J. (1988). *Solution of Variational Inequalities in Mechanics*. Springer, 327. doi: <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1048-1>
5. Kalker, J. J. (1977). Variational Principles of Contact Elastostatics. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 20 (2), 199–219. doi: <https://doi.org/10.1093/imamat/20.2.199>
6. Pohrt, R., Popov, V. L. (2013). Contact stiffness of randomly rough surfaces. *Scientific Reports*, 3 (1). doi: <https://doi.org/10.1038/srep03293>
7. Slobodyan, B. S., Lyashenko, B. A., Malanchuk, N. I., Marchuk, V. E., Martynyak, R. M. (2016). Modeling of Contact Interaction of Periodically Textured Bodies with Regard for Frictional Slip. *Journal of Mathematical Sciences*, 215 (1), 110–120. doi: <https://doi.org/10.1007/s10958-016-2826-x>
8. Popov, V. L., Pohrt, R., Li, Q. (2017). Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*, 5 (3), 308–325. doi: <https://doi.org/10.1007/s40544-017-0177-3>



9. Li, Q., Popov, V. L. (2018). Adhesive force of flat indenters with brush-structure. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering*, 16 (1), 1–8. doi: <https://doi.org/10.22190/fume1712200051>
10. Pastewka, L., Robbins, M. O. (2016). Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*, 108 (22), 221601. doi: <https://doi.org/10.1063/1.4950802>
11. Zhao, J., Vollebregt, E. A. H., Oosterlee, C. W. (2016). Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Mathematical Modelling and Analysis*, 21 (1), 119–141. doi: <https://doi.org/10.3846/13926292.2016.1138418>
12. Popov, V. L., Pohrt, R., Li, Q. (2017). Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*, 5 (3), 308–325. doi: <https://doi.org/10.1007/s40544-017-0177-3>
13. Ciavarella, M., Papangelo, A. (2017). A random process asperity model for adhesion between rough surfaces. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 31 (22), 2445–2467. doi: <https://doi.org/10.1080/01694243.2017.1304856>
14. Ciavarella, M., Papangelo, A. (2017). A modified form of Pastewka–Robbins criterion for adhesion. *The Journal of Adhesion*, 94 (2), 155–165. doi: <https://doi.org/10.1080/00218464.2017.1292139>
15. Ciavarella, M. (2015). Adhesive rough contacts near complete contact. *International Journal of Mechanical Sciences*, 104, 104–111. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2015.10.005>
16. Papangelo, A., Hoffmann, N., Ciavarella, M. (2017). Load-separation curves for the contact of self-affine rough surfaces. *Scientific Reports*, 7 (1). doi: <https://doi.org/10.1038/s41598-017-07234-4>
17. Tkachuk, M. M., Skripchenko, N., Tkachuk, M. A., Grabovskiy, A. (2018). Numerical methods for contact analysis of complex-shaped bodies with account for non-linear interface layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5 (7 (95)), 22–31. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.143193>
18. Tkachuk, M. (2018). A numerical method for axisymmetric adhesive contact based on kalker's variational principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3 (7 (93)), 34–41. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.132076>
19. Linder, C., Tkachuk, M., Mieke, C. (2011). A micromechanically motivated diffusion-based transient network model and its incorporation into finite rubber viscoelasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 59 (10), 2134–2156. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2011.05.005>
20. Tkachuk, M., Linder, C. (2012). The maximal advance path constraint for the homogenization of materials with random network microstructure. *Philosophical Magazine*, 92 (22), 2779–2808. doi: <https://doi.org/10.1080/14786435.2012.675090>
21. Pastewka, L., Prodanov, N., Lorenz, B., Müser, M. H., Robbins, M. O., Persson, B. N. J. (2013). Finite-size scaling in the interfacial stiffness of rough elastic contacts. *Physical Review E*, 87 (6). doi: <https://doi.org/10.1103/physreve.87.062809>
22. Hu, F., Shi, G., Shi, Y. (2018). Constitutive model for full-range elasto-plastic behavior of structural steels with yield plateau: Formulation and

implementation. *Engineering Structures*, 171, 1059–1070. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.02.037>

23. Atroshenko, O., Bondarenko, O., Ustinenko, O., Tkachuk, M., Diomina, N. (2016). A numerical analysis of non-linear contact tasks for the system of plates with a bolted connection and a clearance in the fixture. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1 (7 (79)), 24–29. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.60087>

24. Atroshenko, O., Tkachuk, M. A., Martynenko, O., Tkachuk, M. M., Saverska, M., Hrechka, I., Khovanskyi, S. (2019). The study of multicomponent loading effect on thin-walled structures with bolted connections. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1 (7 (97)), 15–25. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.154378>

25. Hoang, V.-L., Jaspert, J.-P., Tran, X.-H., Demonceau, J.-F. (2015). Elastic behaviour of bolted connection between cylindrical steel structure and concrete foundation. *Journal of Constructional Steel Research*, 115, 131–147. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2015.08.024>

26. Mohammed, H., Kennedy, J. B. (2009). Fatigue Resistance of Corrugated Steel Sheets Bolted Lap Joints under Flexure. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 14 (4), 242–245. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)sc.1943-5576.0000021](https://doi.org/10.1061/(asce)sc.1943-5576.0000021)

27. Tang, G., Yin, L., Guo, X., Cui, J. (2015). Finite element analysis and experimental research on mechanical performance of bolt connections of corrugated steel plates. *International Journal of Steel Structures*, 15 (1), 193–204. doi: <https://doi.org/10.1007/s13296-015-3014-4>

28. Ткачук, М. А., Іщенко, О. А., Дьоміна, Н. А., Ткачук, М. М., Грабовський, А. В., Шеманська, В. В., Васильченко, Д. Р. (2018). Контактна взаємодія елементів штампового оснащення. *Вісник НТУ «ХПІ»*, 41 (1317), 67–76.

29. Tkachuk, M., Bondarenko, M., Grabovskiy, A., Sheychenko, R., Graborov, R., Posohov, V. et. al. (2018). Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1 (7 (91)), 18–29. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.120547>

30. Vollebregt, E., Segal, G. (2014). Solving conformal wheel–rail rolling contact problems. *Vehicle System Dynamics*, 52 (sup1), 455–468. doi: <https://doi.org/10.1080/00423114.2014.906634>

31. Тарасов, А. Ф., Короткий, С. А. (2010). Моделирование разделительных операций на основе оценки степени использования ресурса пластичности материала в среде системы конечно-элементного анализа ABAQUS. *Нові матеріали та технології в металургії та машинобудуванні*, 1, 114–117.

32. Мовшович, И. Я., Фролов, Е. А., Бондарь, О. В. и др. (2013). Исследование параметров точности сборки универсально-сборной переналаживаемой оснастки. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*, 5, 17–21.

33. Oujebbour, F.-Z., Habbal, A., Ellaia, R., Zhao, Z. (2014). Multicriteria shape design of a sheet contour in stamping. *Journal of Computational Design and Engineering*, 1 (3), 187–193. doi: <https://doi.org/10.7315/jcde.2014.018>

34. Washizu, K. (1982). *Variational Methods in Elasticity & Plasticity*. Oxford–New York. Pergamon Press, 630.

35. Іщенко, О. А., Ткачук, М. А., Грабовський, А. В., Ткачук, М. М., Скріпченко, Н. Б., Мерецька, К. О. (2018). Контактна взаємодія елементів розділових штамків: моделі, закономірності, критерії проектних рішень. *Механіка та машинобудування*, 1, 47–59.

Не є перевиданням